

Tema 12:

***E.L.U. de Agotamiento por esfuerzo torsor en elementos de
hormigón armado***

CONTENIDO:

1.	Introducción	2
2.	Comportamiento de las piezas de hormigón armado sometidas a torsión pura.....	2
2.1	Estado I: Elástico	2
2.2	Estado II: De fisuración	4
2.3	Estado III: De prerrotura	5
3.	Analogía de la celosía tridimensional	6
3.1	Torsor absorbido por las armaduras transversales	9
3.2	Torsor absorbido por las bielas de compresión	10
3.3	Torsor absorbido por las armaduras longitudinales	11
4.	Torsión según EHE.....	12
4.1	Clasificación.....	12
4.2	Torsión Pura	14
4.2.1	Definición de la sección hueca eficaz	14
4.2.2	Comprobaciones que hay que realizar	15
4.2.2.1	Obtención de T_{u1}	15
4.2.2.2	Obtención de $\overline{T_{u2}}$	16
4.2.2.3	Obtención de T_{u3}	16
4.2.3	Disposición de armaduras	16
4.3	Interacción entre torsión y otros esfuerzos	17
4.3.1	Torsión combinada con flexión y axil.....	17
4.3.1.1	Cabeza de compresión.....	17
4.3.1.2	Armadura longitudinal	18
4.3.2	Torsión combinada con cortante.....	18
4.3.2.1	Bielas de compresión	18
4.3.2.2	Armadura transversal	19

1. INTRODUCCIÓN

En este tema se hace un estudio de las piezas lineales de hormigón armado sometidas a solicitaciones de torsión. Este tipo de esfuerzo no suele presentarse aisladamente sino en combinación con las solicitaciones normales (flectores y axiles) y el esfuerzo cortante, y al igual que este último también provoca tensiones tangenciales sobre la sección.

Al igual que para el esfuerzo cortante veremos primeramente cómo se comportan las piezas de hormigón armado sometidas a torsión hasta alcanzar la rotura, con el fin de poder establecer un mecanismo resistente para este tipo de solicitación. Veremos que este mecanismo consiste en una celosía tridimensional. A partir de este modelo deduciremos la respuesta estructural (torsor de agotamiento) que nos va a permitir justificar la comprobación del E.L.U. de agotamiento por torsor realizada por la Instrucción EHE.

2. COMPORTAMIENTO DE LAS PIEZAS DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A TORSIÓN PURA.

Se dice que una pieza trabaja a torsión pura cuando está sometida únicamente a un momento torsor, como por ejemplo la pieza de la Fig. 2-1.

Si estudiamos el comportamiento de esta pieza hasta alcanzar la rotura, al igual que se ha hecho con el resto de solicitaciones, podemos observar como ésta pasa por tres estados claramente diferenciados.

2.1 Estado I: Elástico

Para pequeños esfuerzos de torsión puede admitirse un comportamiento elástico y lineal, donde las únicas tensiones que aparecen en la sección transversal, en los casos normales de secciones macizas y de pared delgada cerradas¹, son tensiones tangenciales.

Según el tipo de sección, la distribución tensiones tangenciales tiene la forma:

- Secciones macizas.

La tensión tangencial máxima viene dada por:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T}{W_t} \quad [2-1]$$

y el ángulo girado por:

$$\theta = \frac{T \cdot \ell}{G_c \cdot I_t} \quad [2-2]$$

donde:

T: Momento torsor.

W_t: Módulo resistente de la sección a torsión.

ℓ : Longitud de la pieza.

I_t: Momento de inercia polar de la sección.

G_c: Módulo de deformación transversal del hormigón, de valor:

$$G_c = \frac{E_c}{2(1 + \nu)}$$

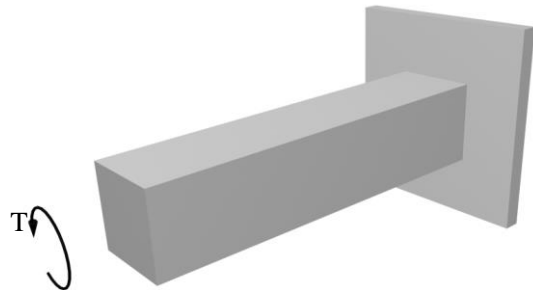


Fig. 2-1

¹ En estos casos se admite que las secciones transversales pueden alabearse libremente de tal forma que no se producen tensiones normales a la sección (es lo que se conoce como torsión libre o no restringida).

donde:

E_c : Modulo de deformación del hormigón.

ν : Coeficiente de Poisson del hormigón.

La relación entre el torsor aplicado en la pieza y el ángulo girado por la misma, ecuación [2-2], se puede poner de la forma:

$$T = \frac{G_c \cdot I_t}{\ell} \theta \Leftrightarrow T = k_t \cdot \theta \quad [2-3]$$

donde a la constante $k_t = \frac{G_c \cdot I_t}{\ell}$ se le denomina rigidez a torsión de la pieza, y representa el momento torsor que es necesario aplicar en sus extremos para producir entre estos un giro unidad.

Para el caso particular de la sección rectangular, con $h \geq b$, se tiene:

$$W_t = \beta \cdot b^2 \cdot h$$

$$I_t = \alpha \cdot b^3 \cdot h$$

donde los valores de α y β son los indicados en la Tabla 2-1, y siendo la distribución de tensiones tangenciales la representada en la Fig. 2-2.

$\frac{h}{b}$	1,00	1,25	1,50	2,00	3,00	4,00	6,00	10,00	∞
α	0,140	0,171	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,313	0,333
β	0,208	0,221	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,313	0,333

Tabla 2-1

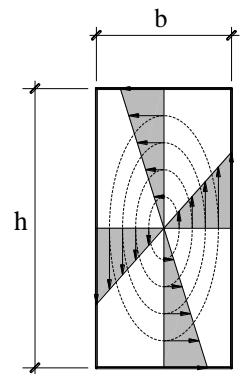


Fig. 2-2
Línea media de la
sección hueca

- Secciones de pared delgada cerradas.

En este tipo de secciones el esfuerzo torsor provoca un flujo constante de tensiones tangenciales, de valor:

$$\tau \cdot t = \frac{T}{2 \cdot A_e} \quad [2-4]$$

donde t es el espesor de la sección en el punto donde se evalúa la tensión τ , y A_e el área de la sección encerrada por la línea media de la sección hueca (línea de trazos en la Fig. 2-3).

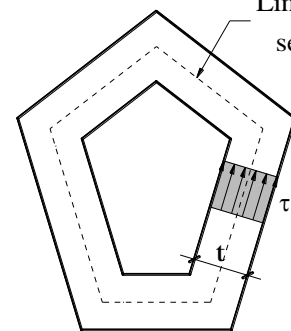


Fig. 2-3

En la Fig. 2-3 se representa la distribución de tensiones tangenciales en una sección de pared delgada cerrada producida por un momento torsor. La tensión tangencial máxima se produce donde el espesor es mínimo, y tiene de valor:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{2 \cdot A_e \cdot t_{\min}} \quad [2-5]$$

Conocida la distribución de tensiones tangenciales que provoca el momento torsor sobre la pieza, es posible, al igual que se hizo con el esfuerzo cortante, calcular las tensiones principales. Éstas, en las caras laterales de la pieza, forman un ángulo de 45° respecto a la directriz de la misma tal y como se muestra en la Fig. 2-4-a.

Una vez que las tensiones principales de tracción superan la resistencia a tracción del hormigón se produce una fisuración en forma helicoidal que sigue la dirección de las tensiones principales de compresión (ver Fig. 2-4-b, donde se ha transparentado la pieza para poder apreciar las fisuras en las caras posterior e inferior de la misma).

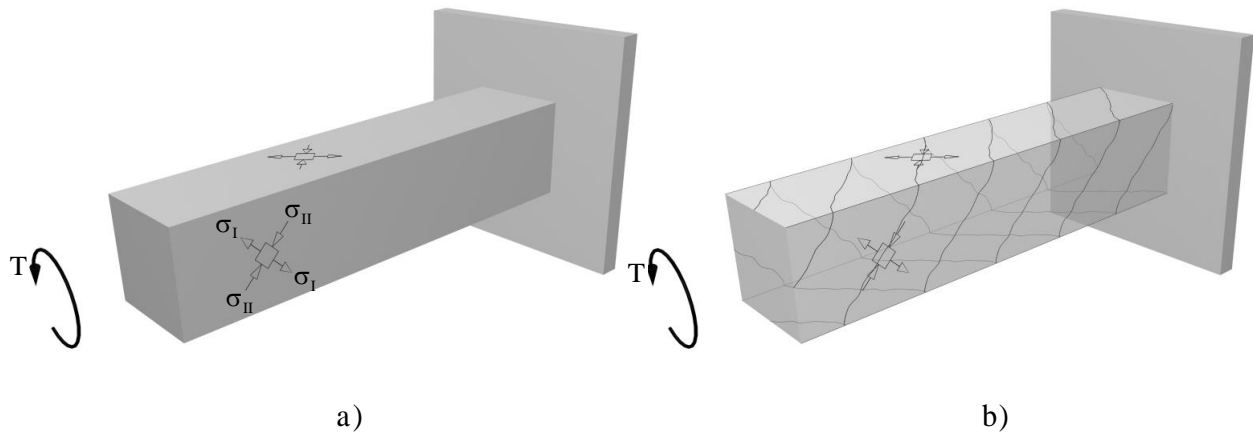


Fig. 2-4

Si representamos la relación Torsor-Giro (Fig. 2-5) esta fase termina en el punto A, y está caracterizada por una relación lineal, donde la pendiente es exactamente la rigidez de la pieza a torsión k_t .

2.2 Estado II: De fisuración

Una vez finalizada la fase elástica con la aparición de las primeras fisuras, es necesario disponer armaduras para que la pieza pueda seguir soportando más carga. Sin esta armadura o si ésta no está correctamente diseñada, la pieza rompe de forma brusca siguiendo la curva AB' de la Fig. 2-5.

La rotura de la pieza en el punto B', es como la representada en la Fig. 2-6, donde la superficie de rotura contiene a tres fisuras helicoidales consecutivas (AB, BC y CD) y una cuarta (DA) que une los extremos de aquellas.

En las figuras 2-7 y 2-8 se muestra la forma de disponer estas armaduras. En el primer caso la armadura se dispone en forma helicoidal siguiendo las direcciones de las tensiones principales de tracción, esto es, cosiendo las fisuras. Esta disposición sería en principio la más efectiva, sin embargo, debido a las dificultades constructivas que presenta y a que solamente es efectiva para un sentido del torsor, no siendo válida para torsores de sentido contrario, no se suele utilizar.

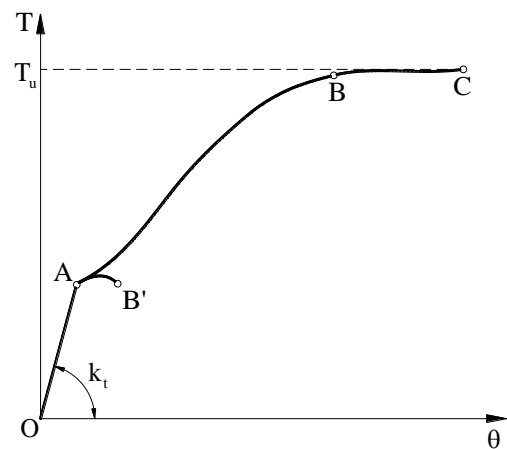


Fig. 2-5

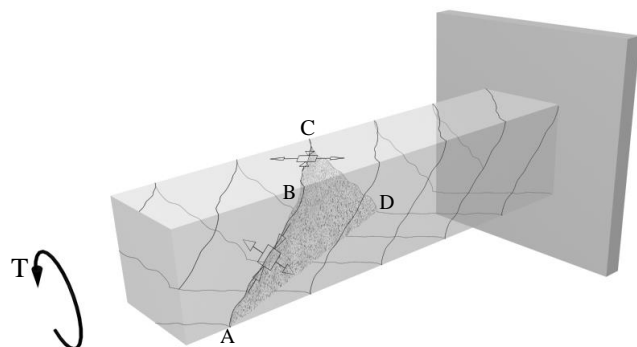


Fig. 2-6

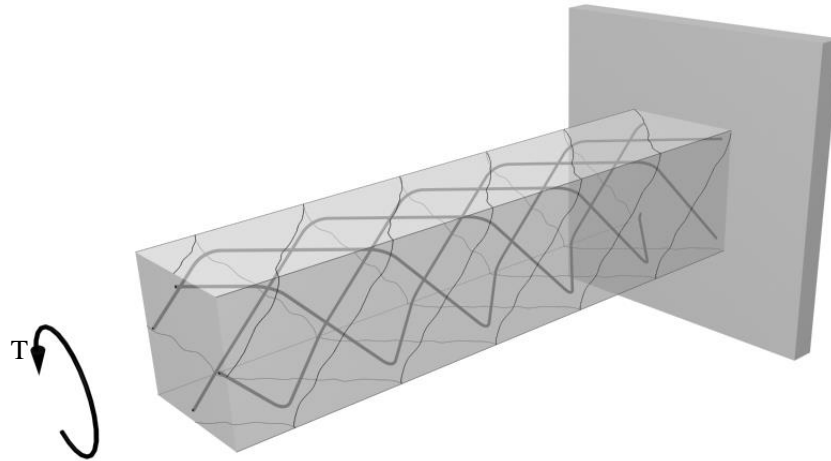


Fig. 2-7. Armadura helicoidal

En la Fig. 2-8 se muestra la disposición que se suele emplear en la práctica, formada por **armaduras longitudinales en combinación con cercos cerrados** distribuidos a lo largo de la pieza. Se ha comprobado experimentalmente que no es suficiente con disponer únicamente los cercos, siendo necesario disponer la armadura longitudinal, al menos una en cada esquina.

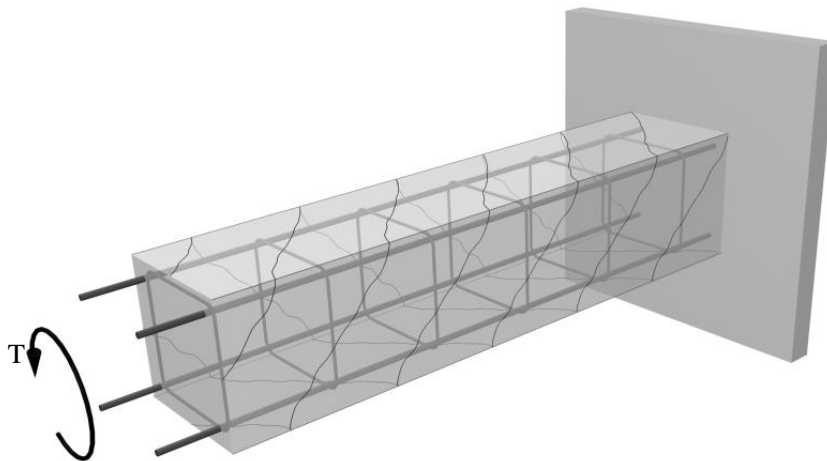


Fig. 2-8. Armadura longitudinal en combinación con cercos cerrados

En esta fase fisurada la pieza pierde rigidez produciéndose, para un determinado torsor, giros muy superiores a los calculados elásticamente. La pieza evoluciona siguiendo la curva AB de la Fig. 2-5

2.3 Estado III: De prerrotura

En las proximidades de la rotura la situación anterior llega a su extremo, iniciándose el proceso de rotura de la pieza, que como siempre, se produce bien por agotamiento del hormigón, bien por plastificación de las armaduras o bien por ambos simultáneamente. Se recorre el tramo BC de la Fig. 2-5.

3. ANALOGÍA DE LA CELOSÍA TRIDIMENSIONAL

Experimentalmente se ha observado que el comportamiento de una pieza de sección maciza convexa², correctamente armada, es el mismo que el de otra pieza cuya sección no fuese maciza sino hueca, de espesor ficticio h_e , e igualmente armada. Es decir, en la fase de prerrotura puede prescindirse del núcleo de la sección, y considerar, a efectos resistencia a torsión, la sección como si fuese hueca, tal y como se muestra, para una sección rectangular, en la Fig. 3-1.

Esta constatación experimental tiene su justificación en los siguientes hechos:

- Como se desprende de lo visto en el apartado 2.1, incluso en la fase elástica, el núcleo de la sección de hormigón tiene una colaboración muy pequeña a la resistencia del esfuerzo torsor porque es donde se producen las tensiones tangenciales más pequeñas (las tensiones tangenciales máximas se producen en los centros de las caras de la sección), y porque el brazo mecánico de éstas es también muy pequeño.
- Al producirse el giro de la pieza, las caras laterales de ésta se deforman convirtiéndose en paraboloides hiperbólicos, de tal forma que el hormigón situado entre dos fisuras consecutivas de una de estas caras (biela de compresión) experimenta una flexión en la dirección del eje de la biela (ver Fig. 3-2). Esta flexión provoca que las fibras exteriores se encuentren en compresión y las interiores en tracción. Cuando estas tracciones sean superiores a la resistencia a tracción del hormigón, éste se fisura, quedando únicamente la zona exterior sin fisurar y por lo tanto, convirtiendo, a efectos resistentes, la sección maciza en hueca.

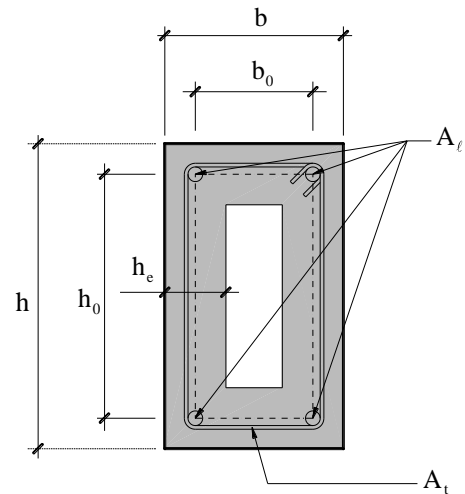


Fig. 3-1

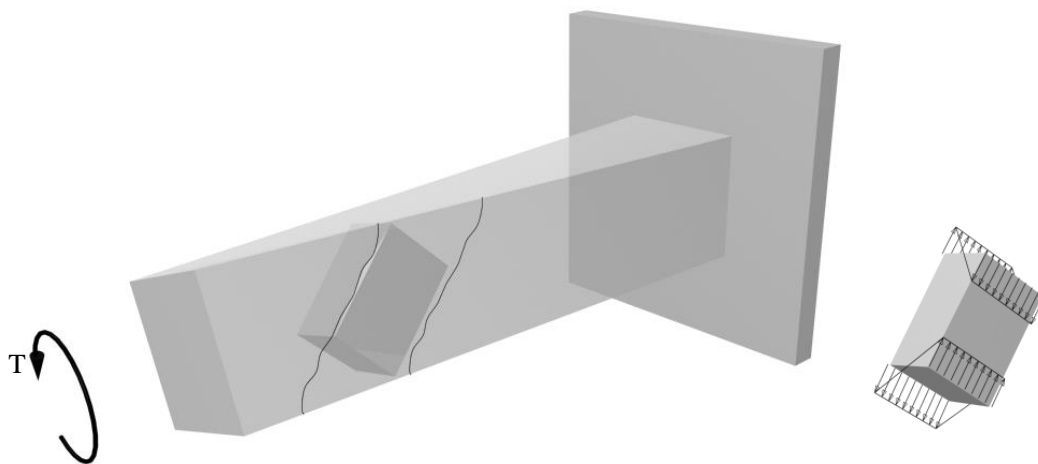


Fig. 3-2

² Se dice que una sección es convexa cuando la tangente en cualquier punto de su contorno exterior deja toda la sección a un mismo lado.

Por lo tanto si consideramos la pieza compuesta por cuatro paredes de espesor h_e , y sustituimos el torsor por dos pares de fuerzas equivalentes, $F-F$ y $F'-F'$, resulta que las paredes verticales tienen que absorber las fuerzas F y las horizontales las F' . Cada una de estas fuerzas puede imaginarse que se absorbe estableciéndose un mecanismo similar al del cortante, formado por una celosía plana donde los cordones, inferior y superior, están constituidos por la armadura longitudinal, los montantes por la rama del cerco contenida en la correspondiente pared, y las diagonales por el hormigón existente entre dos fisuras consecutivas. En la Fig. 3-3 se muestra la correspondiente analogía para la pared frontal.

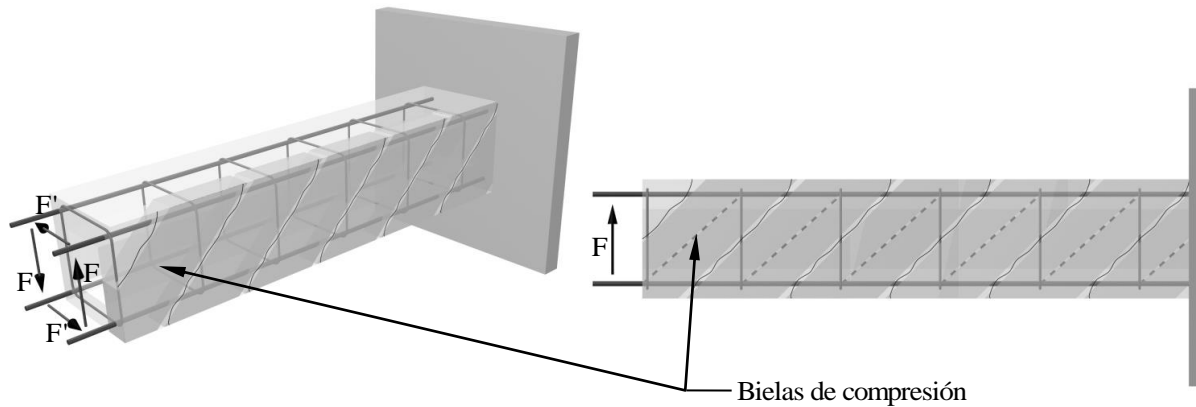


Fig. 3-3

Finalmente si superponemos los cuatro mecanismos resistentes se obtiene un mecanismo que corresponde con una celosía tridimensional. En la Fig. 3-4 se muestra esta celosía, donde las bielas de compresión se han representado por líneas a trazos.

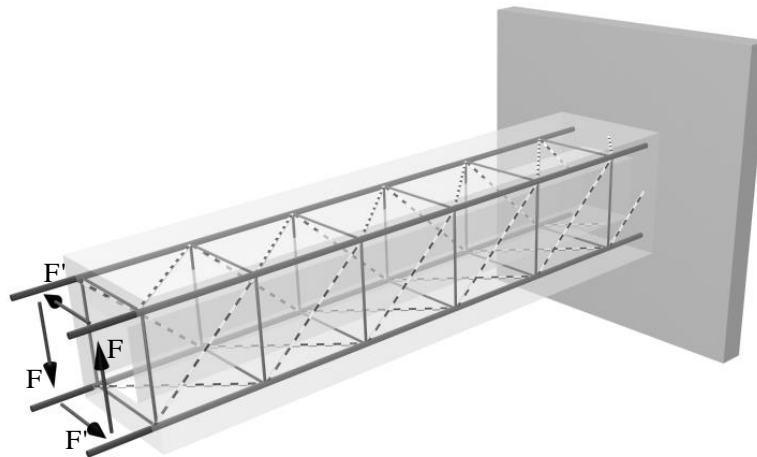


Fig. 3-4

Para una mejor comprensión de este mecanismo resistente vamos a ver como efectivamente el torsor T , o lo que es lo mismo los pares de fuerzas estáticamente equivalentes, pueden estar en equilibrio con los esfuerzos axiales que se desarrollan en los elementos de esta celosía tridimensional. Para que esta celosía se pueda representar de forma discreta, formando las bielas de compresión igual ángulo en todas las caras, la sección transversal de la pieza tiene que ser cuadrada. En este caso las cuatro fuerzas son iguales, y por lo tanto cada celosía plana tiene que soportar la misma fuerza F (cortante). En la Fig. 3-5 se representa una de estas celosías planas. Los esfuerzos se obtienen simplemente planteando el equilibrio de los nudos. En la figura se indica con signo positivo los axiles de compresión y con signo negativo los de

tracción. Se observa como todas las bielas absorben una compresión de valor $\sqrt{2}F$ y las ramas de los cercos una tracción de valor F .

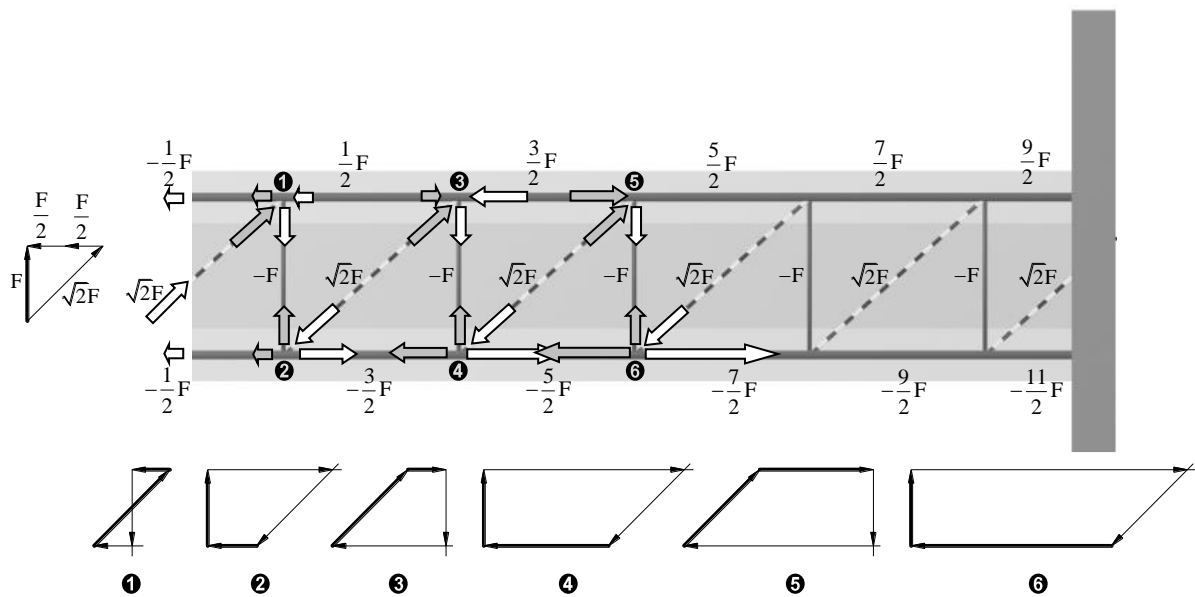


Fig. 3-5

Como cada armadura longitudinal pertenece simultáneamente a dos celosías planas, para obtener sus esfuerzos tenemos que superponer los correspondientes a las distintas celosías planas. Si se hace esto resulta finalmente que las armaduras longitudinales absorben una tracción constante de valor F . En la Fig. 3-6 se indican los esfuerzos en los distintos elementos de la celosía tridimensional y cómo se cumple el equilibrio tridimensional de un nudo genérico³.

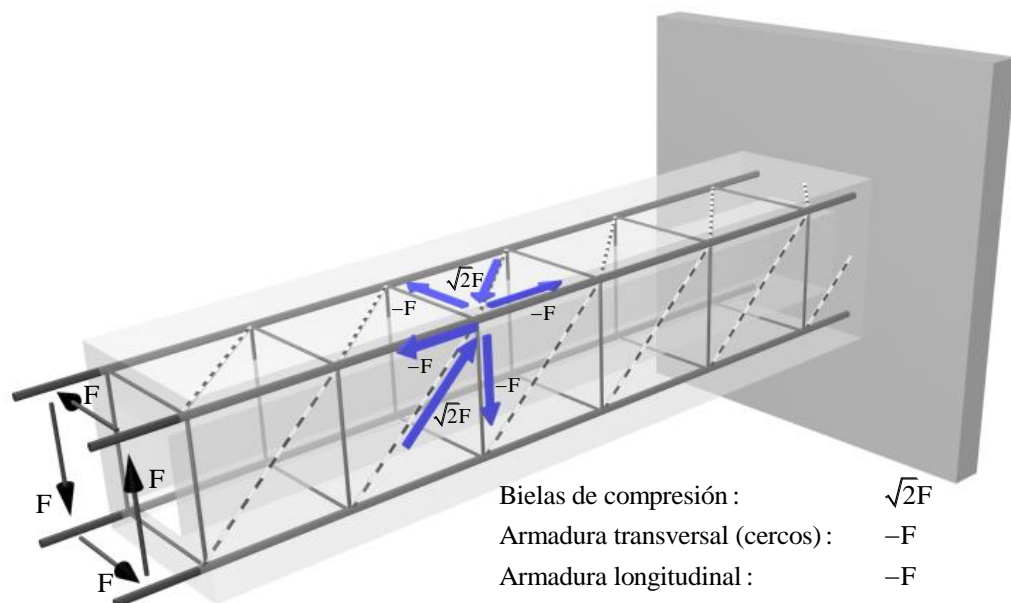


Fig. 3-6

³ En la figura no se han representado las barras correspondientes a las bielas de las caras posterior e inferior para clarificar el dibujo.

Al igual que sucedía con la sollicitación de esfuerzo cortante, en la situación real el mecanismo resistente no es discreto, como se representa en la Fig. 3-4, sino continuo, y la inclinación teórica de las fisuras de 45°, dependiendo de la existencia de otros esfuerzos, puede variar.

En lo que sigue, utilizando como modelo de cálculo o mecanismo resistente una celosía tridimensional, donde las bielas de compresión se distribuyen de forma continua en el alma de una sección hueca rectangular de espesor h_e ⁴, determinaremos el torsor que provoca el agotamiento de cada uno de los elementos de la celosía, para una inclinación de las fisuras genérica, θ . En la Fig. 3-7 se representa la sección transversal y los dos pares de fuerzas $F-F$ y $F'-F'$ estáticamente equivalentes al torsor T , y que cumplen por lo tanto que:

$$T = F \cdot b_0 + F' \cdot h_0 \quad [3-1]$$

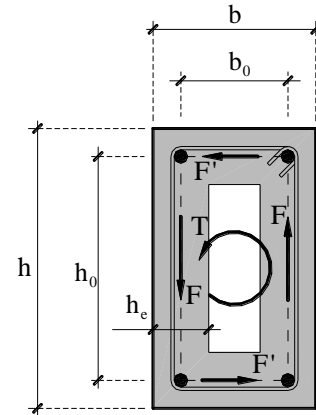


Fig. 3-7

3.1 Torsor absorbido por las armaduras transversales

Si estudiamos el equilibrio vertical del trozo de cara frontal existente entre la sección A-A y la sección quebrada a-a que atraviesa el alma de ésta con la dirección de las fisuras (ver Fig. 3-8), se tiene que la fuerza F se equilibra con la resultante de las fuerzas que absorben las ramas de los cercos contenidos en esta cara, es decir:

$$F = n \cdot A_t \cdot f_{yt,d} \quad [3-2]$$

donde:

- n : n° de cercos que atraviesan la fisura inclinada un ángulo θ .
- A_t : Sección de una rama del cerco
- $f_{yt,d}$: Resistencia de cálculo de la armadura transversal

Si s_t es la separación en la dirección de la directriz de la pieza de la armadura transversal, el número, n , de cercos que atraviesa la fisura será:

$$n = \frac{h_0 \cdot \cotg \theta}{s_t} \quad [3-3]$$

y sustituyendo [3-3] en [3-2], se tiene:

$$F = A_t \cdot f_{yt,d} \cdot \frac{h_0 \cdot \cotg \theta}{s_t} \quad [3-4]$$

Si hacemos lo mismo con una de las caras horizontales, por ejemplo la superior, se obtiene igualmente que:

$$\left. \begin{aligned} F' &= n' \cdot A_t \cdot f_{yt,d} \\ n' &= \frac{b_0 \cdot \cotg \theta}{s_t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F' = A_t \cdot f_{yt,d} \cdot \frac{b_0 \cdot \cotg \theta}{s_t} \quad [3-5]$$

Finalmente si sustituimos las expresiones de las fuerzas F y F' , dadas por [3-4] y [3-5], en la expresión del torsor [3-1], nos queda:

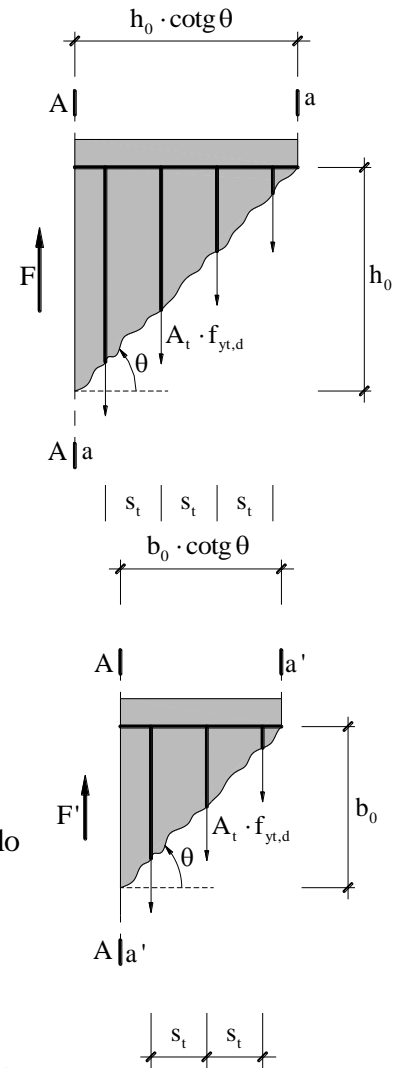


Fig. 3-9

⁴ El espesor ficticio a considerar, h_e , se determina en base a la experimentación.

$$T = 2 \cdot A_t \cdot \frac{A_e \cdot b_0 \cdot h_0}{s_t} \cdot f_{yt,d} \cdot \cotg \theta \quad [3-6]$$

que si tenemos en cuenta que el producto $b_0 \cdot h_0$ representa el área encerrada por la línea media de la sección hueca eficaz, que denotaremos por A_e , nos queda finalmente que el torsor que absorbe la armadura transversal viene dado por:

$$T = \frac{2 \cdot A_t \cdot A_e}{s_t} \cdot f_{yt,d} \cdot \cotg \theta \quad [3-7]$$

que al haberse deducido considerando que estas armaduras trabajan a su resistencia de cálculo, corresponde con el máximo torsor que pueden resistir las armaduras transversales o torsor de agotamiento de las armaduras transversales.

3.2 Torsor absorbido por las bielas de compresión

Como hemos visto anteriormente, la existencia de un torsor T provoca tensiones de compresión en el alma de las caras de la pieza, formando lo que hemos denominado bielas de compresión. Estas bielas tendrán una sección transversal cuyo espesor es el espesor de la sección hueca, h_e , y cuyo ancho viene dado, para las caras verticales de la pieza, por $h_0 \cdot \cotg \theta \cdot \sen \theta$ (ver Fig. 3-10). Si la tensión que se produce en las bielas es σ_c , la resultante de estas compresiones será:

$$C = \sigma_c \cdot h_e \cdot h_0 \cdot \cotg \theta \cdot \sen \theta \quad [3-8]$$

Teniendo en cuenta que:

$$C = \frac{F}{\sen \theta} \quad [3-9]$$

resulta que la fuerza F que provoca una tensión σ_c en las caras verticales es:

$$F = \sigma_c \cdot h_e \cdot h_0 \cdot \cotg \theta \cdot \sen^2 \theta \quad [3-10]$$

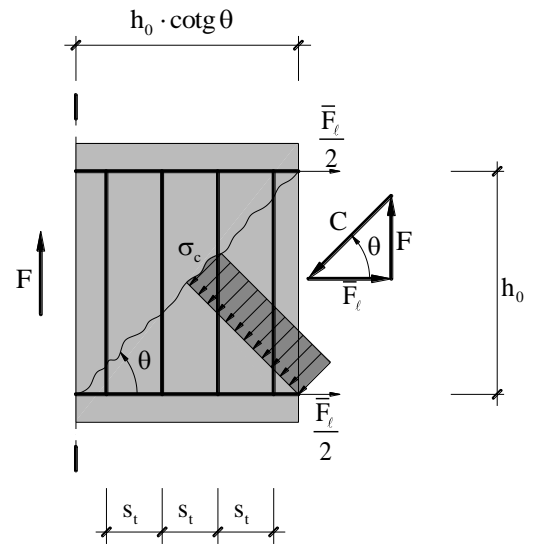


Fig. 3-10

De igual forma, para las caras horizontales, se tiene (ver Fig. 3-11):

$$\left. \begin{aligned} C' &= \sigma_c \cdot h_e \cdot b_0 \cdot \cotg \theta \cdot \sen \theta \\ C &= \frac{F'}{\sen \theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F' = \sigma_c \cdot h_e \cdot b_0 \cdot \cotg \theta \cdot \sen^2 \theta \quad [3-11]$$

Sustituyendo los valores de las fuerzas F y F' , dados por las expresiones [3-10] y [3-11], en la expresión de torsor [3-1], queda:

$$T = 2 \cdot \sigma_c \cdot h_e \cdot b_0 \cdot h_0 \cdot \cotg \theta \cdot \sen^2 \theta \quad [3-12]$$

y de nuevo teniendo en cuenta que $A_e = b_0 \cdot h_0$, queda que el torsor que provoca una compresión σ_c en el alma de las caras de la pieza, viene dado por:

$$T = 2 \cdot \sigma_c \cdot A_e \cdot h_e \cdot \frac{\cotg \theta}{1 + \cotg^2 \theta} \quad [3-13]$$

Cuando la tensión σ_c corresponda con la máxima que puede soportar el hormigón del alma, este torsor será el máximo que pueden resistir las bielas de compresión o torsor de agotamiento de las bielas de compresión.

3.3 Torsor absorbido por las armaduras longitudinales

Como se observa en las figuras 3-10 y 3-11, en equilibrio con las compresiones de las bielas, el torsor T provoca tracciones en las armaduras longitudinales. La fuerza total⁵ que absorbe esta armadura longitudinal vale:

$$F_\ell = 2 \cdot \bar{F}_\ell + 2 \cdot \bar{F}'_\ell \Rightarrow F_\ell = 2 \cdot F \cdot \cotg \theta + 2 \cdot F' \cdot \cotg \theta \quad [3-14]$$

si sustituimos los valores de las fuerzas F y F' , dadas por las expresiones [3-4] y [3-5] queda:

$$F_\ell = A_t \cdot f_{yt,d} \cdot \frac{\cotg^2 \theta}{s_t} \overbrace{2 \cdot (h_0 + b_0)}^{u_e} \quad [3-15]$$

Si tenemos en cuenta que $2 \cdot (h_0 + b_0)$ es el perímetro de la línea media de la sección hueca, que denotaremos por u_e , que la fuerza total en las armaduras longitudinales, en la situación de agotamiento, es $F_\ell = A_\ell \cdot f_{y\ell,d}$, siendo A_ℓ la sección total de las armaduras longitudinales, y que según [3-7]:

$$T = \frac{2 \cdot A_t \cdot A_e}{s_t} \cdot f_{yt,d} \cdot \cotg \theta \Rightarrow A_t \cdot f_{yt,d} \cdot \frac{\cotg \theta}{s_t} = \frac{T}{2 \cdot A_e} \quad [3-16]$$

queda finalmente que el torsor máximo que pueden resistir las armaduras longitudinales o torsor de agotamiento de la armadura longitudinal es:

$$T = \frac{2 \cdot A_e}{u_e} A_\ell \cdot f_{y\ell,d} \cdot \tg \theta \quad [3-17]$$

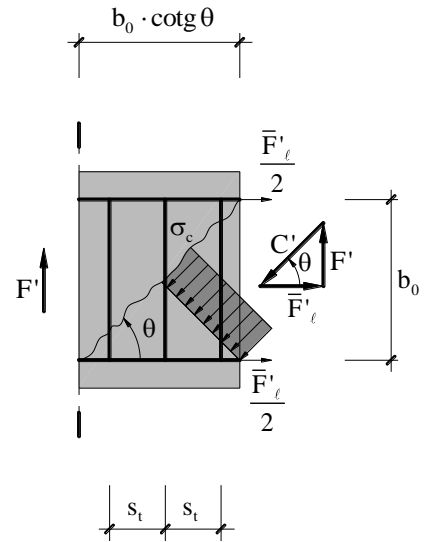


Fig. 3-11

⁵ En los dos apartados anteriores hemos trabajado independientemente con cada una de las caras de la pieza (vertical y horizontal). Ahora no podemos hacer esto ya que las armaduras longitudinales colaboran simultáneamente en la resistencia de ambas caras, y es por lo que es necesario calcular la fuerza total que absorbe esta armadura.

4. TORSIÓN SEGÚN EHE

4.1 Clasificación

Hay que distinguir dos situaciones:

Torsión de compatibilidad: Una pieza está sometida a un esfuerzo torsor de compatibilidad cuando dicha pieza y el resto de la estructura pueden mantenerse en equilibrio sin necesidad de resistir el esfuerzo torsor. Esta situación se presenta cuando el esfuerzo torsor es consecuencia de la compatibilidad de giros en los nudos de la estructura.

Por ejemplo, supóngase la estructura de la Fig. 4-1, donde una viga AA' (brochal) sometida a una carga uniforme p, se apoya (embrochala) en otras dos BB' y CC'. Según la rigidez a torsión de estas dos vigas⁶ pueden presentarse dos situaciones extremas:

- ❶ Si la rigidez a torsión, k_t , de las vigas es infinita, el brochal no experimentará ningún giro en sus extremos, que estarán sometidos a un cortante, $V = \frac{pL}{2}$, y un momento flector, que en este caso será igual al momento de empotramiento perfecto, $M_{\text{emp}} = \frac{pL^2}{12}$. Estos esfuerzos se transmiten a las vigas en forma de una fuerza, F, igual al cortante, y un torsor, T, igual al momento flector M_{emp} .
- ❷ Si la rigidez a torsión de las vigas es nula, el brochal podrá girar libremente en sus extremos, que en este caso únicamente estarán sometidos al mismo cortante $V = \frac{pL}{2}$. Éste se transmite finalmente a las vigas en forma de la fuerza F.

La situación real, donde la rigidez a torsión es finita⁷, será una intermedia entre estas dos, indicada en la figura como ❸, donde el momento flector que se produce en los extremos de la viga estará comprendido entre los dos anteriores: $0 < M < M_{\text{emp}}$.

⁶ Vamos a suponer que son iguales.

⁷ En las estructuras de hormigón hay que tener en cuenta que, según hemos visto en el apartado **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, una vez que la pieza se fisura, la rigidez a torsión de la misma disminuye de forma importante.

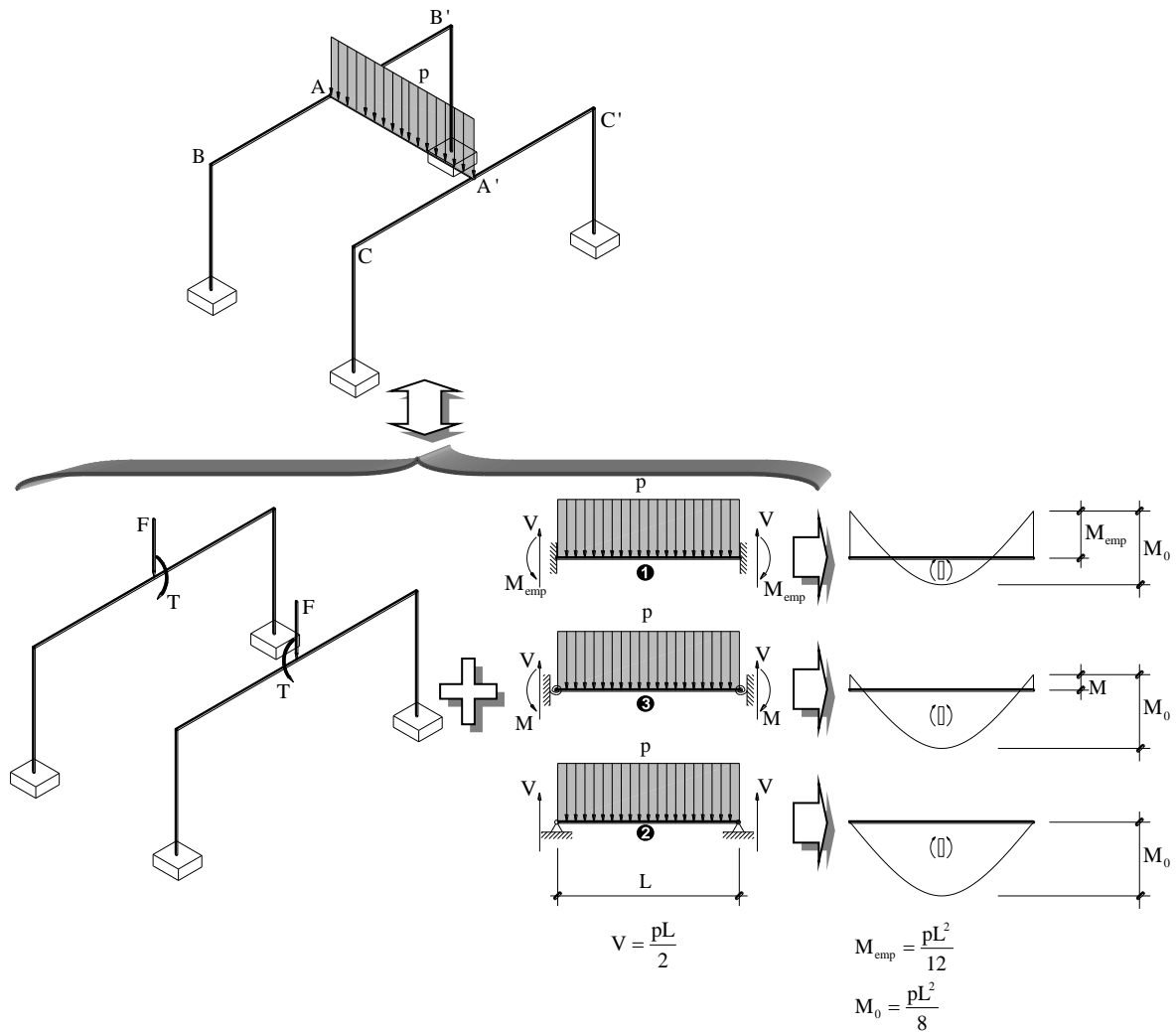


Fig. 4-1. Torsión de compatibilidad

Este ejemplo corresponde a uno de torsión de compatibilidad, porque si por cualquier circunstancia, desaparece la rigidez a torsión de la pieza, ésta y el resto de la estructura pueden seguir en equilibrio, como se indica en la situación ②. Para estos casos la Instrucción EHE permite no considerar el estado límite de agotamiento por torsión y únicamente es necesario disponer una cierta cuantía de armaduras para controlar la fisuración, como veremos en el tema 16. En este caso la estructura se estudia como en ②, aunque es práctica habitual, para tener en cuenta el cierto empotramiento de los extremos, obligar a que éstos resistan al menos un 25% del momento máximo en vano, como se muestra en la Fig. 4-2.

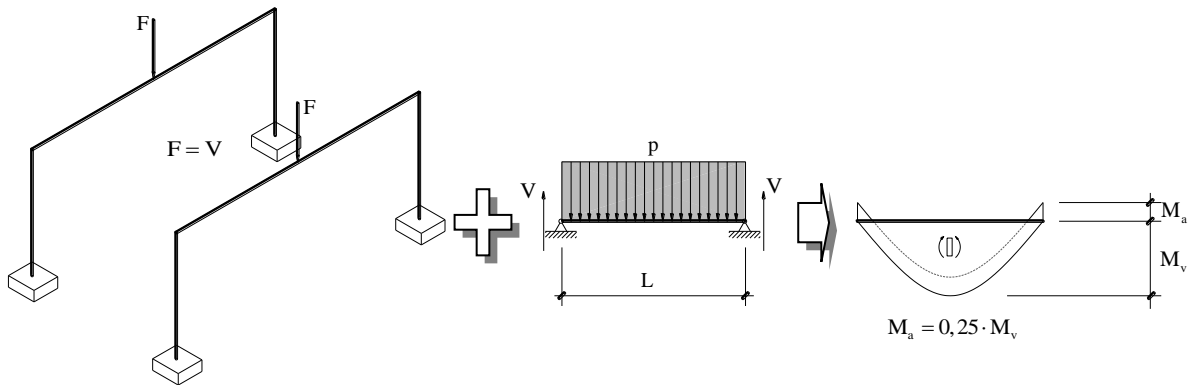


Fig. 4-2

Torsión de equilibrio: Una pieza está sometida a un esfuerzo torsor de equilibrio, cuando la existencia de esta sollicitación es imprescindible para el mantenimiento del equilibrio de la estructura. En esta situación es obligatorio la comprobación del estado límite último de agotamiento por torsión.

Supóngase ahora la estructura de la Fig. 4-3, compuesta por un voladizo AA' que se empotra en la viga BB'. En este caso si procedemos igual que antes resulta que si se elimina la rigidez a torsión de la viga BB', no se puede cumplir el equilibrio. Por lo tanto es necesario considerar esta rigidez y dimensionar la viga BB' para soportar el torsor T.

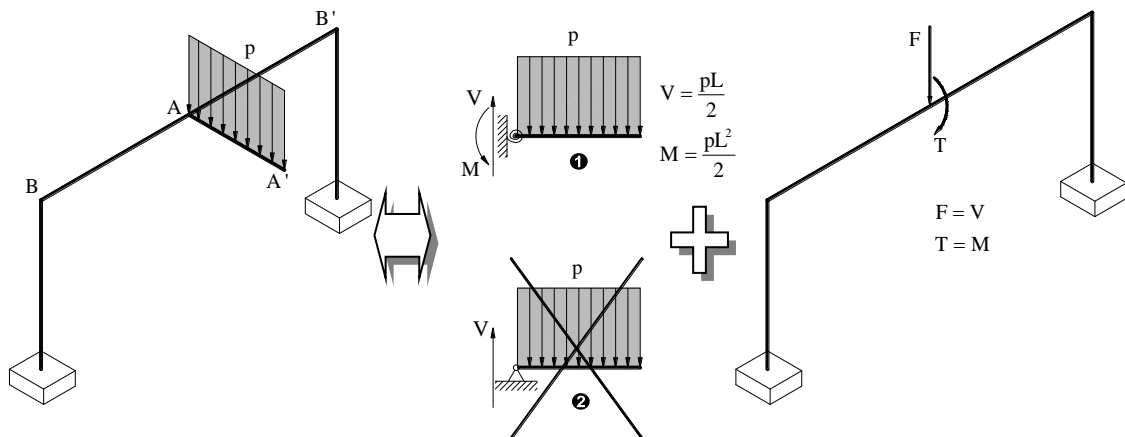


Fig. 4-3. Torsión de equilibrio.

4.2 Torsión Pura

4.2.1 Definición de la sección hueca eficaz

Para la comprobación del E.L.U. de agotamiento por torsión, la sección se sustituye por una sección hueca eficaz definida como se indica en la Fig. 4-4, donde el espesor h_e , denominado espesor eficaz, será:

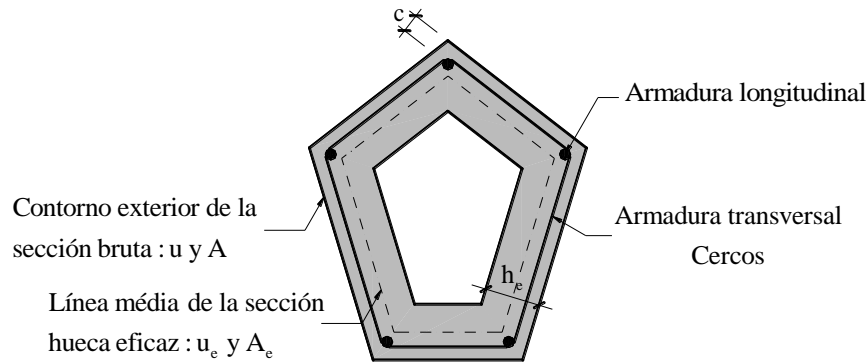


Fig. 4-4

$$h_e \leq \frac{A}{u} \begin{cases} \neq h_{\text{real}} \\ \neq 2 \cdot c \end{cases}$$

donde:

- u: Perímetro exterior de la sección transversal.
- A: Área de la sección transversal inscrita en el perímetro exterior incluyendo las áreas huecas interiores.
- h_{real} : Espesor real de la pared en el caso de secciones huecas.
- c: Recubrimiento de las armaduras longitudinales.

Sobre esta sección hueca eficaz se definen:

- u_e : Perímetro de la línea media de la sección hueca eficaz.
- A_e : Área encerrada por la línea media de la sección hueca eficaz.

Para una sección rectangular será:

$$\begin{aligned} h_0 = h - h_e &\Rightarrow \begin{cases} A_e = h_0 \cdot b_0 \\ u_e = 2(h_0 + b_0) \end{cases} \\ b_0 = b - h_e \end{aligned}$$

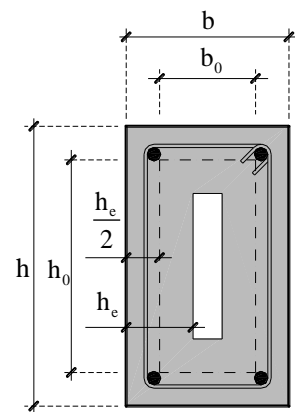


Fig. 4-5

4.2.2 Comprobaciones que hay que realizar

El E.L.U. de agotamiento por torsión puede alcanzarse, ya sea por agotarse la resistencia a compresión del hormigón o por agotarse la resistencia a tracción de las armaduras, ya sean las transversales o las longitudinales. Por lo tanto es necesario comprobar que se cumplen simultáneamente las tres condiciones siguientes:

$$T_d \leq T_{u1}$$

$$T_d \leq T_{u2}$$

$$T_d \leq T_{u3}$$

donde:

- T_d : Momento torsor de cálculo en la sección
- T_{u1} : Máximo momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón
- T_{u2} : Máximo momento torsor que pueden resistir las armaduras transversales
- T_{u3} : Máximo momento torsor que pueden resistir las armaduras longitudinales

4.2.2.1 Obtención de T_{u1}

Del modelo de celosía obtuvimos, en el apartado 3.2, el torsor que provocaba una tensión σ_c en las bielas de compresión:

1.

$$T = 2 \cdot \sigma_c \cdot A_e \cdot h_e \frac{\cotg \theta}{1 + \cotg^2 \theta}$$

Si en esta expresión introducimos la máxima tensión de compresión que es capaz de soportar dichas bielas, f_{lcd} , e introducimos un término corrector, k , obtenemos el torsor que provoca el agotamiento por compresión oblicua del alma:

$$T_{u1} = 2 \cdot k \cdot f_{lcd} \cdot A_e \cdot h_e \frac{\cotg \theta}{1 + \cotg^2 \theta}$$

que si llamamos $\alpha = 2 \cdot k$, nos queda:

$$T_{u1} = \alpha \cdot f_{lcd} \cdot A_e \cdot h_e \frac{\cotg \theta}{1 + \cotg^2 \theta}$$

donde:

f_{lcd} : Resistencia a compresión del hormigón, de valor $f_{lcd} = 0,60 \cdot f_{cd}$

$\alpha =$ 1,20 Si hay estribos únicamente a lo largo del perímetro exterior de la pieza
1,50 Si se colocan estribos cerrados en ambas caras de la pared de la sección hueca equivalente o de la sección hueca real.

Para secciones rectangulares con $\theta = 45^\circ$ queda: $T_{u1} = 0,36 \cdot f_{cd} \cdot A_e \cdot h_e$

4.2.2.2 Obtención de T_{u2}

El máximo torsor que son capaces de resistir las armaduras transversales fue deducido, según el modelo de la celosía, en el apartado 3.1, y coincide con el adoptado por EHE para esta situación de agotamiento. Por lo tanto:

$$T_{u2} = \frac{2 \cdot A_e}{s_t} A_t \cdot f_{yt,d} \cdot \cotg \theta$$

donde:

A_t : Área de las armaduras utilizadas como cercos o armadura transversal.

s_t : Separación longitudinal entre cercos o barras de la armadura transversal.

$f_{yt,d}$: Resistencia de cálculo del acero de la armadura transversal, con $f_{yt,d} \leq 400 \frac{N}{mm^2}$

4.2.2.3 Obtención de T_{u3}

El máximo torsor que son capaces de resistir las armaduras longitudinales fue deducido, según el modelo de la celosía, en el apartado 3.3, y coincide con el adoptado por EHE para esta situación de agotamiento. Por lo tanto:

$$T_{u3} = \frac{2 \cdot A_e}{u_e} A_\ell \cdot f_{y\ell,d} \cdot \tg \theta$$

donde:

A_ℓ : Área total de las armaduras longitudinales.

$f_{y\ell,d}$: Resistencia de cálculo del acero de la armadura longitudinal

4.2.3 Disposición de armaduras

La separación máxima entre estribos debe cumplir la mínima de las condiciones siguientes:

$$s_t \leq \frac{u_e}{8}$$

o bien

$$s_t \leq 0,80 \cdot a \not\leq 30 \text{ cm} \quad \text{si} \quad T_d \leq \frac{1}{5} T_{ul}$$

$$s_t \leq 0,60 \cdot a \not\leq 30 \text{ cm} \quad \text{si} \quad \frac{1}{5} T_{ul} < T_d \leq \frac{2}{3} T_{ul}$$

$$s_t \leq 0,30 \cdot a \not\leq 20 \text{ cm} \quad \text{si} \quad \frac{2}{3} T_{ul} < T_d$$

donde a es la menor dimensión de los lados que conforman el perímetro u_e .

4.3 Interacción entre torsión y otros esfuerzos

En la Tabla 4-1 se muestran los distintos elementos que hay que comprobar en toda pieza lineal de hormigón, y debajo de cada esfuerzo si éste condiciona o no dicha comprobación.

Elemento	Flexo-compresión-tracción	Cortante	Torsión
Cabeza de compresión	✓		✓
Bielas de compresión		✓	✓
Armaduras longitudinales	✓	Se tiene en cuenta en el decalaje	✓
Armaduras transversales		✓	✓

Tabla 4-1

4.3.1 Torsión combinada con flexión y axil

La existencia de un esfuerzo torsor junto con solicitaciones normales (flexión y axil) va a hacer que se acople la comprobación de la cabeza de compresión así como la de las armaduras longitudinales

4.3.1.1 Cabeza de compresión

Deberá comprobarse que la tensión principal de compresión σ_{cd} en el punto crítico de la sección cumple:

$$\sigma_{cd} \leq \alpha \cdot f_{lcd}$$

donde:

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{md}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{md}}{2}\right)^2 + \tau_{td}^2}$$

σ_{cm} : Tensión normal de compresión debida a la flexión compuesta en el punto considerado, que podrá calcularse de acuerdo a la teoría clásica.

τ_{td} : Tensión tangencial de torsión en el mismo punto, que se podrá calcular de la

$$\text{forma: } \tau_{td} = \frac{T_d}{2 \cdot A_e \cdot h_e}.$$

$\alpha =$ 1,20 Si hay estribos únicamente a lo largo del perímetro exterior de la pieza
1,50 Si se colocan estribos cerrados en ambas caras de la pared de la sección hueca equivalente o de la sección hueca real.

$$f_{lcd} = 0,60 \cdot f_{cd}$$

4.3.1.2 Armadura longitudinal

Las armaduras longitudinales necesarias para torsión y flexo-compresión-tracción se calcularán por separado suponiendo la actuación de ambos tipos de esfuerzo de forma independiente. Queda del lado de la seguridad la superposición de estas armaduras, teniendo en cuenta que la correspondiente a torsión debe distribuirse uniformemente en el contorno de la sección (al menos una en cada esquina) y la correspondiente a flexo-compresión-tracción en la zona de tracción y, si es necesaria en la de compresión. La Fig. 4-6 indica la forma de hacer esta superposición.

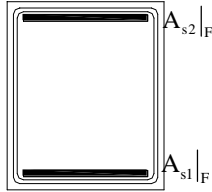
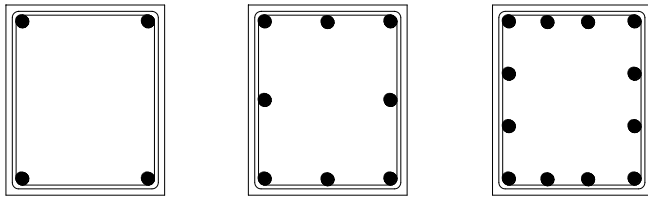
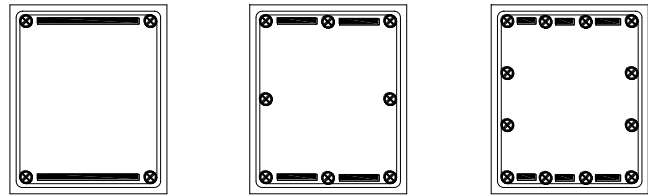
<p>Debida a la Flexo-Compresión</p> <p>Se dimensiona como si únicamente existiesen los esfuerzos de flexo-compresión. Se ha supuesto flexo-compresión recta, en el caso de que fuese esviada existiría además una armadura vertical en los laterales de la sección.</p>			
<p>Debida a la torsión</p> <p>Se dimensiona como si únicamente existiese el esfuerzo torsor:</p> $T_d \leq T_{u3} \text{ con: } T_{u3} = \frac{2 \cdot A_e}{u_e} A_\ell \cdot f_{y\ell,d} \cdot \operatorname{tg} \theta$			
<p>Armadura total</p> $A_{s2} = A_{s2 F} + m \cdot A_\ell _T$ $A_{s1} = A_{s1 F} + m \cdot A_\ell _T$ <p>donde m es el porcentaje de la armadura longitudinal de torsión que se dispone en la armadura superior e inferior. En el caso de flexo-compresión esviada, la armadura vertical se obtendría de la misma forma que la horizontal.</p>	 <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $m = \frac{1}{2}$ $A(\otimes) \geq \frac{1}{4} A_\ell$ </div> <div style="text-align: center;"> $m = \frac{3}{8}$ $A(\otimes) \geq \frac{1}{8} A_\ell$ </div> <div style="text-align: center;"> $m = \frac{1}{3}$ $A(\otimes) \geq \frac{1}{12} A_\ell$ </div> </div>		

Fig. 4-6

Como la armadura longitudinal de torsión trabaja a tracción, en la zona comprimida, la instrucción EHE permite disminuir la armadura a añadir por torsión en esta zona, en la misma cantidad que el esfuerzo de compresión que se produce en el hormigón, lo cual implica una reducción de sección aproximadamente igual a:

$$\frac{M_d}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

4.3.2 Torsión combinada con cortante

La existencia de un esfuerzo torsor junto con esfuerzos cortantes va a hacer que se acople la comprobación de las bielas de compresión así como la de las armaduras transversales.

4.3.2.1 Bielas de compresión

Los esfuerzos torsores y cortantes de cálculo concomitantes deberán satisfacer la siguiente condición para asegurar que no se producen compresiones excesivas en el hormigón:

$$\left(\frac{T_d}{T_{ul}}\right)^\beta + \left(\frac{V_d}{V_{ul}}\right)^\beta \leq 1$$

donde:

$$\beta = 2 \left(1 - \frac{h_e}{b}\right)$$

- b): Anchura del elemento, igual a la anchura total para sección maciza y la suma de las anchuras de las almas para sección cajón.

Esta comprobación equivale a admitir el diagrama de interacción torsión-cortante que se muestra en la Fig. 4-7.

4.3.2.2 Armadura transversal

Los cálculos para el dimensionamiento de los estribos se realizarán de forma independiente para la torsión y el esfuerzo cortante, utilizando en ambos cálculos el mismo ángulo θ para las bielas de compresión. Las armaduras así calculadas se sumarán teniendo en cuenta que las de torsión deben disponerse en el perímetro de la sección, lo cual no es preceptivo en el cortante. En la Fig. 4-8 se muestra la forma de superponer estas armaduras.

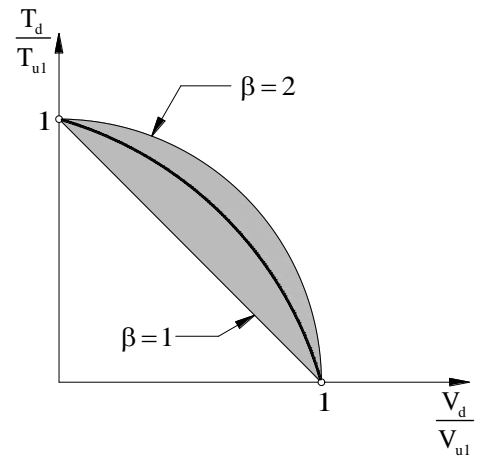


Fig. 4-7

<p>Armadura por unidad de longitud debida al cortante</p> <p>Se calcula para soportar el esfuerzo cortante, suponiendo que no existe el esfuerzo torsor:</p> $A_{90} _{\text{Cortante}} = \frac{\bar{A}_{90}}{s_t} _{\text{Cortante}} = \frac{V_d - V_{cu}}{0,9 \cdot d \cdot f_{y90,d}}$ <p>\bar{A}_{90} corresponde al área de las n ramas del estribo.</p>	<p>Armadura por unidad de longitud debida al torsor</p> <p>Se calcula para soportar el esfuerzo torsor, suponiendo que no existe el esfuerzo cortante:</p> $A_t _{\text{Torsor}} = \frac{A_t}{s_t} _{\text{Torsor}} = \frac{T_d}{2 \cdot A_e \cdot f_{yt,d}}$ <p>A_t corresponde al área del redondo del cerco.</p>
<p>Armadura total</p> $A_t _{\text{total}} = \frac{1}{n} A_{90} _{\text{Cortante}} + A_t _{\text{Torsión}}$ <p>donde n es el número de ramas de la armadura transversal.</p> <p>Conocida la armadura transversal total, por unidad de longitud, $A_t _{\text{total}}$, se fija su diámetro, y se obtiene la separación a la que hay que disponer dicha armadura:</p> <p>Se fija el diámetro: $\varnothing \Rightarrow A_t \Rightarrow s = \frac{A_t}{A_t _{\text{total}}}$</p>	

Fig. 4-8

BIBLIOGRAFÍA:

- ❑ EHE-08. Instrucción de Hormigón Estructural
- ❑ Jiménez Montoya y otros. "Hormigón armado". GG.
- ❑ Calavera, J. "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón (en masa, armado y pretensado)". INTEMAC.
- ❑ Calavera, J. "Cálculo, construcción patología y rehabilitación de forjados de edificación.". INTEMAC.